

約数棒を作ってみよう！

和歌山 小田富生

はじめに(約数)

倍数と違って約数（ある数をわり切ることのできる整数）を見つけるのは、少し面倒な印象を持ちます。1から順にわっていけば約数を見つけることができるのですが、例えば18の場合、1から順にわっていくと、

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
 ○ ○ ○ × × ○ × × ○ × × × × × × × × × ○ (○わり切れる)

という結果になり、約数（1、2、3、6、9、18）を見つけることができます。いつもこれだけのわり算をしなければならなくなると数が大きい時は大変です。ところが、よく見ると10からはずっと×が続きます。18の半分（9）より大きな整数（10～17）ではわりきれないことがわかります。これは、数が大きくなって変わりにませんから、そうするとわり算の回数は半分になります。

わり算の回数をもっと減らすことはできないでしょうか。

右のようにわる数と 1 2 3 4 5 6
 商の2つをセットに考 18 9 6 × × 3
 えると、同じ組み合わせ
 が出てくればそれ以上は必要ありません。これでわり算の回数はずいぶん少なくなります。

それでは、これ以上わり算を進めなくてもいいという折り返し点はどこになるのでしょうか。36を例に考えると、

1 2 3 4 5 6 ←
 36 18 12 9 × 6 √ 36

6が折り返し点になります。36は平方数ですからちょうど整数になりますが、ある数 a の場合は、 \sqrt{a} の小数部分を切り捨てた整数まであればいいということになります。どこまであればいいかをまとめると次のようになります。

- 4～8 2まで
- 9～15 3まで
- 16～24 4まで
- 25～35 5まで
- 36～48 6まで
- 49～63 7まで

これを知っていれば、かなり楽になります。

約数表

約数の見つけ方がわかったら、約数表を作ってみましょう。

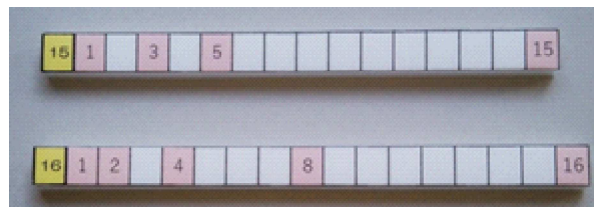
白紙の約数表（3、4 p）に1から順に約数を見つけて色を塗っていきます。右の表は、1～48までの約数表の一部で、例として12までの約数に色を塗ったものです。約数表のそれぞれの行は独立しています。ところが、この表を縦に見てみると規則的に塗られていることに気づきませんか。1は、全部。

数	約数															
1	1															
2	1	2														
3	1	2	3													
4	1	2	3	4												
5	1	2	3	4	5											
6	1	2	3	4	5	6										
7	1	2	3	4	5	6	7									
8	1	2	3	4	5	6	7	8								
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9							
10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10						
11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11					
12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12				
13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13			
14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

2は、2つ目毎。3は3つ目毎。4は、…。5は、…。縦に倍数に色を塗っていけば、結果的には約数表を完成させることができるところがおもしろいです。「3は12の約数で12は3の倍数です」ということがこの表からもわかります。「2、3、5、7、11、13、…」などは、約数が1とその数の2つしかない「素数」も見つけることができます。一度試してみてください。5 pには、60までの色塗りをした約数表を載せています。約数が放射線状になってきれいです。

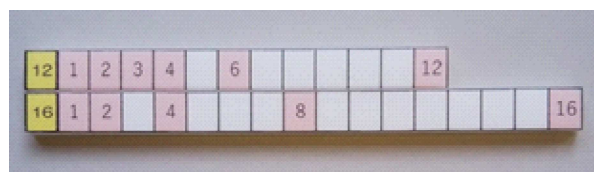
約数棒

約数の教具「約数棒」を紹介します。右の写真は、15と16の約数棒です。約数じゃない数字は消して空欄にしています。



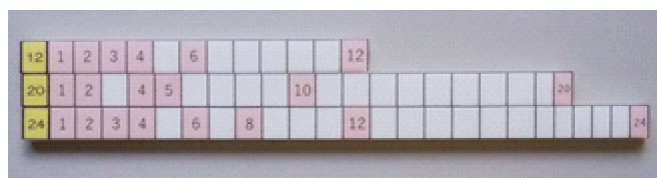
12と16の公約数を求めるには、12と16の約数棒の左端をそろえて並べます。

どちらにもある色付きの数（1、2、4）が公約数です。

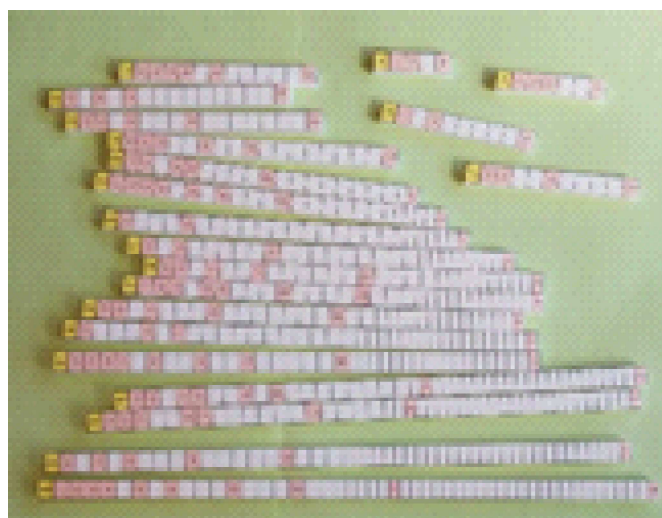


12と20と24の公約数の場合には、それぞれの約数棒を3本並べます。

（1、2、4）が公約数だとわかります。



22個の約数棒を作ることができる型紙を（6 p）に載せています。1～48の約数表の中から素数と約数の少ない数を除いた22個（4、6、8、9、10、12、15、16、18、20、24、25、27、28、30、32、35、36、40、42、45、48）を選びました。この表をA4版のラベルシール（糊付き）に印刷します。それを5 mm厚のスチレンボードに貼り付けます。そして、1本ずつ切り離せば完成です。



この約数棒は、19から幅を狭くしています。全体をA4版に収めるためにあまり影響のない数の幅を狭くしました。

素数めがね

50までの素数は、2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37、41、43、47の15個です。ビンゴゲームカードで作った素数めがねです。



約数表

数	約数	
1	1	
2	1	2
3	1	2 3
4	1	2 3 4
5	1	2 3 4 5
6	1	2 3 4 5 6
7	1	2 3 4 5 6 7
8	1	2 3 4 5 6 7 8
9	1	2 3 4 5 6 7 8 9
10	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10
11	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
12	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
13	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
14	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
15	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
16	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
17	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
18	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
19	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
20	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
21	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
22	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22
23	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
24	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
25	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25
26	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26
27	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27
28	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28
29	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
30	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
31	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
32	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32
33	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33
34	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34
35	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35
36	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36
37	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37
38	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38
39	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39
40	1	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

41	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41							
42	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42						
43	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43					
44	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44				
45	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45			
46	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46		
47	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	
48	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48

個数	約数		
1	1	1	
2	2	1 2	
2	3	1 2 3	
3	4	1 2 3 4	
2	5	1 2 3 4 5	
4	6	1 2 3 4 5 6	
2	7	1 2 3 4 5 6 7	
4	8	1 2 3 4 5 6 7 8	
3	9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	
4	10	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	
2	11	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	
6	12	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12	
2	13	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13	
4	14	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14	
4	15	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15	
5	16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	
2	17	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17	
6	18	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18	
2	19	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19	
6	20	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20	
4	21	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21	
4	22	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22	
2	23	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23	
8	24	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24	
3	25	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25	
4	26	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26	
4	27	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27	
6	28	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28	
2	29	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29	
8	30	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30	
2	31	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	
6	32	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32	
4	33	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33	
4	34	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34	
4	35	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35	
9	36	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36	
2	37	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37	
4	38	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38	
4	39	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39	
8	40	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40	
2	41	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41	
8	42	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42	
2	43	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43	
6	44	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44	
6	45	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45	
4	46	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46	
2	47	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47	
10	48	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48	
3	49	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49	
6	50	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50	
4	51	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51	
2	52	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52	
6	53	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53	
8	54	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54	
4	55	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55	
8	56	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56	
4	57	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57	
4	58	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58	
2	59	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59	
12	60	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60	

1は素数ではない（素数は約数2個）

○ 素数
 平方数は約数が奇数個

(作成：算数工房)

